

●優秀賞

見通しと振り返りを重視した数学的活動の授業づくり

神奈川県横浜市立神奈川中学校 ふじわらだい き 藤原大樹

横浜国立大学教育人間科学部附属横浜中学校 おおうちひろゆき 大内広之 おお や しゅうへい 大矢周平

1 研究の目的と方法

近年、授業に見通しと振り返りの機会に位置付けることが全国的、全教科的に推奨されている。その背景には、小中高の学習指導要領総則における「学習の見通しを立てたり学習したことを振り返ったりする活動」以下、「見通す・振り返る」学習活動（文部科学省、2014）についての記載（文部科学省、2008a）、及びこれを受けた全国学力・学習状況調査質問紙調査（国立教育政策研究所、2013a）、及びクロス集計の結果（文部科学省・国立教育政策研究所、2013）によるところが大きい。さらには、国立教育政策研究所（2013b）が提案した「21世紀型能力」における「自律的活動力」の育成にもつながる重要な活動といえ、改訂が待たれる新学習指導要領のもとで主体的・協働的な学びを実現する上でその検討が不可欠であると考ええる。

では、中学校数学科の学習において、「見通す・振り返る」学習活動の意義はどのようなものなのであろうか。「見通す・振り返る」学習活動について、中学校学習指導要領解説総則編（文部科学省2008b）では、学習意欲の向上に「資する」と明言されているが、思考力・判断力・表現力等の育成には「資するものと考える」（p.62 下線は筆者）との表現に止まっている。実際の授業においては、生徒が何を見通す、振り返ることによりどのような意義があるのかを

教師が理解できていなければ、意図的・計画的な指導は行うことができないと考える。

そこで、本研究の目的は「生徒の『見通す・振り返る』学習活動を数学的活動に位置付けることの意義と留意点を、学習意欲及び数学的な思考力・表現力の観点から明らかにすること」とする。

2 育成を目指す力

学力の三要素のうち、本研究では学習意欲と思考力・判断力・表現力等に特に焦点を当てる。数学科における思考力・判断力・表現力等は「数学的な思考力・表現力」（中央教育審議会、2008）であり、「評価の観点とその趣旨」を基に、「事象を数学的に捉えて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりする力」の総体として捉えられる（横浜国立大学教育人間科学部附属横浜中学校、2012）。これは、数学的活動を遂行するために必要な資質や能力であることから、「数学的に考える力」（国立教育政策研究所、2006）と同義として捉える。

3 「見通す・振り返る」学習活動と数学的活動

算数・数学科において「見通し」は、これまでの学習指導要領の目標や指導要録の評価の観点等において、見抜く力（昭和22年）、数学的な洞察（昭和30年）、直観・見通し（昭和36年）、

数学的な考え方（昭和46年）、数学的な見方や考え方（平成13年～）などと表現や意味を整理しながら、継続的に重視されてきた。また「振り返り」は、平成13年の指導要録から「思考の過程を振り返り考えを深める」ことが重視されて現行に至るが、G.ポリア（1954）の問題解決過程の第4「ふり返ってみること」に代表されるように、算数・数学科で長く重視されてきた。

算数・数学科の目標は数学的活動を通して実現することが求められている。「見通す・振り返る」学習活動を数学的活動（文部科学省、2008c）の探究的なプロセスのモデル図（筆者らが作成）に位置付けると、図1ようになる。ちなみに、図1はあくまでモデル図であり、一方通行に進むとは限らない。また、見通しと振り返りについても、図の場面だけでなされるものではなく、生徒が問題解決に没頭するほど、絶えず見通しと振り返りは繰り返し行われるものと考えられる。

ここでは、「見通す・振り返る」学習活動を、その対象から、「結果の見通し」「過程の見通し」「結果の振り返り」「過程の振り返り」の四つ（横浜国立大学教育人間科学部附属横浜中学校、2015）に分け、数学教育学の観点から意味付け及び価値付けについて検討する。なお、「結果」と「過程」の区別はあくまで相対的なものであり、同じ状況でも解釈する文脈によって、「結果」とも「過程」とも解釈できるものと捉える。

(1) 結果の見通し

結果の見通しとは、単元や授業などのめあて

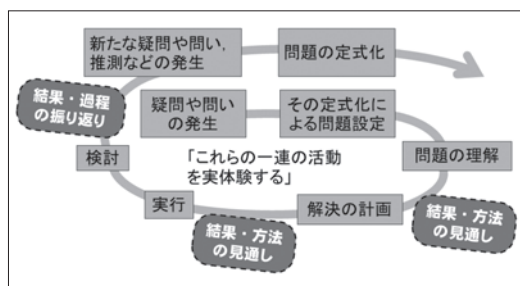


図1 「見通す・振り返る」活動の数学的活動への位置付け

を生徒に理解したり、数学や現実の問題を提示した後でその答えや結論を直観的に予想したりすることである。相馬（1996）は、授業に「予想」を取り入れる意義として「学習意欲を高める」「考え方の追及を促す」「思考の幅を広げる」を強調している。生徒が数学的に考えたい、表現したいという気持ちにさせ得るということである。

(2) 過程の見通し（方法の見通し）

数学科で重視したい過程の見通しは「方法の見通し」であり、問題を解決する上で有効に働きそうな見方、考え方、表し方などの方法を、事前に検討することである。全国学力・学習状況調査における、主として「活用」に関する問題の作成の枠組みでは「 $\beta 1$ ：課題解決のための構想を立てること」が数学的なプロセスに位置付けられており（国立教育政策研究所、2007表1）、方法の見通しを立てることが数学的な思考力・表現力の育成につながると示唆される。

(3) 結果の振り返り

結果の振り返りとは、問題解決の中で得られた答えや結論などの結果を振り返ることである。それにより、問題の条件を変えて考える「問題づくり」（竹内・澤田、1984）などにつながり、発展的に考える力の育成が期待できる。なお、前述の調査では「 $\beta 2$ ：結果を評価し改善すること」（国立教育政策研究所、2007表1）が位置付けられており、結果の振り返りを行うことが数学的な思考力・表現力の育成につながると示唆される。

(4) 過程の振り返り（方法の振り返り）

数学科で重視したい過程の振り返りとは、「方法の振り返り」であり、問題解決の過程で有効に働いた方法を改めて意識化することである。それにより、これらの考え方などを別の場面でも活用して考えやられるようになることが期待できる。

表1 主として「活用」に関する問題作成の枠組み
(国立教育政策研究所、2007)

活用する力	活用の文脈や状況	主たる評価の観点	活用される数学科の内容	数 学 的 な プ ロ セ ス
α： 知識・技能などを実生活の様々な場面で活用する力	実生活や身の回りの事象での考察	数学的な見方や考え方	数と式	<u>α 1：日常的な事象を数式化すること</u> α 1(1)ものごとを数・量・図形などに着目して観察すること α 1(2)ものごとの特徴を的確にとらえること α 1(3)理想化、単純化すること <u>α 2：情報を活用すること</u> α 2(1)与えられた情報を分類整理すること α 2(2)必要な情報を適切に選択し判断すること <u>α 3：数学的に解釈することや表現すること</u> α 3(1)事象を数学的に解釈すること α 3(2)自分の考えを数学的に表現すること
β： 様々な課題解決のための構想を立て実践し評価・改善する力	他教科などの学習	数学的な表現・処理	図形	<u>β 1：課題解決のための構想を立てること</u> β 1(1)筋道を立てて考えること β 1(2)立式や証明（説明）の方針を立てること β 1(3)方針にもとづいて証明（説明）すること <u>β 2：結果を評価し改善すること</u> β 2(1)結果を振り返って考えること β 2(2)結果を改善すること β 2(3)発展的に考えること
γ： 上記 α、β の両方にかかわる力	算数・数学の世界での考察	数量、図形などについての知識・理解	数量関係	<u>γ 1：他の事象との関係をとらえること</u> <u>γ 2：複数の事象を統合すること</u> <u>γ 3：多面的にものを見ること</u>

ここで、四つの「見通す・振り返る」学習活動は、あくまで生徒にとっての見通し・振り返りである。教師の都合や計画との予定調和的なものにならないように注意すべきである。したがって、実施に当たっては、生徒が主体的・自律的に活動を進められるように、生徒の一連の数学的活動において必然性を伴う形で位置付けること、生徒なりの多様な発想・着想を自分なりの言葉で表現させ、生徒同士で共有することが大切であると考えている。

4 実践Ⅰ「比例を用いて具体的な事象をとらえ説明する事例」（第1学年）

(1) 身に付けさせたい数学的な思考力・表現力

具体的な事象の中からもなまって変わる二つの数量を取り出し、関数関係を見だし考察し表現する力

(2) 小単元・教材について

本小単元「比例・反比例の利用」は単元「比例・反比例」の学習のまとめに位置付け、具体的な事象を扱う。指導にあたっては、表、式、

グラフの特徴を根拠に比例や反比例になる（みなせる）ことを判断、説明できるようにする。

本時の教材「震源地を見つけよう」は地震で初期微動継続時間から震源距離を求める大森公式を利用したものである。大森公式とは震源距離（D）は初期微動継続時間（T）に比例する公式（ $D=kT$ k は大森係数6～8）で、1899年に大森房吉が発表した。三つの観測地における同一地震の初期微動継続時間に大森係数をかけて震源距離が求められ、これを半径とする共通弦の交点が震央となる。

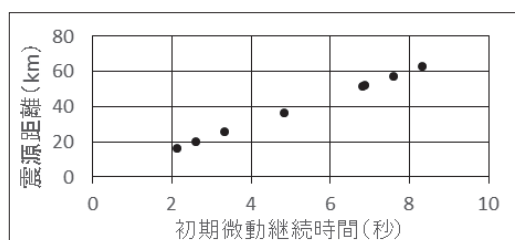


図2 初期微動継続時間と震源距離の関係

(3) 授業の概要

本時では新潟県中越地震（2004年）の8地点における震度、初期微動継続時間、震源距離の3変数から二つに着目し、「関数の関係にあるか」、「比例、反比例、それ以外のどれか」、またそれらの理由を検討させた。そして班で意見交換させたあと、数名の生徒に黒板に考え方等を書かせ、前で説明させた。その中で既習内容につながる部分を補足、強調した。そして全体で「関数としてみなしてよいのか」等の問いかけをして、再度班で意見交換をさせる場面を作り、「今後、地震が起こった場合、この式は活用できるか」や「似たような考え方が使えるものはないか」を検討、相談させ考えを深めさせた。

また、初期微動継続時間と震源距離の単位から比例定数になる値は速さだと考えている生徒がいたので「速さではない」ことをまとめの場面で指導した。

(4) 「見通す・振り返る」学習活動の実際

本時では、次の「見通す・振り返る」学習活動を意図的に設けた。

- ① 2変数の関係を見通す活動
- ② 比例とみなすための方法を見通す活動
- ③ 比例とみなせる根拠を振り返る活動
- ④ 比例とみなす意義を考える活動

導入の後、三つの変数を提示して、漠然と表を見て適当に取り出した二つの観測地点の数値を比較する生徒が多くいたが、今までに扱った表との違いについて考えさせたり、値の変化について考えさせたりすることで「震度は他の2数に関係なさそうだと予測をたてるようになった。

生徒が2変数についての関係を考えている最中、手が止まっている生徒に対して「どういうことが言えれば関数になる？」や「何がどうなっていれば比例といえて、何がどうなっていれば反比例といえる？」といったような声掛けを行った。そうすることで過去のノートを振り返

る生徒や、考えようとしていることと既習の知識が結びつき記述し始める生徒が多くいた。

また、初期微動継続時間と震源距離の2数を比較する中で「 x の値が t 倍になると y の値も t 倍になる」ことや商がほぼ一定になることを見いだしている生徒（図3）に対し「ほぼそうになった」ことで「比例といえる」のかと投げかけ、考えを記述させた。すると「地形や地質等は場所によって違うからだいたいになってしまうんじゃない？」というある生徒のつぶやきが広がり、「比例みたいになりそうだと」から「比例とみなす」へと考えを移行することができた（図3）。

班で自分の考えを発表、共有する場面では、計算の補助として電卓を使ったために図4のように座標平面に点をプロットして「原点を通る直線がかけそうだと」や「比例になりそうだと」予測を立てた生徒が少なかった。その中でも表が見にくいから小さい順に並べ替えて震度と震源距離の関係を確認する生徒もいた（図4）。

終盤での「ほかに日常的な事象で比例を用いて考えられるものはあるか」という教師の問いかけに対しては、「車で出かけるときのだいたいの到着時間」等、速さに関係する事象が生徒から出された。ほかにも「雷までの距離」にも同じ考えが使えるそうだと発言した生徒もいた。

本時を通して、3変数から2変数を選んで関係を予想する、比例とみなす根拠を考えて話し合う、比例とみなす意義を考えて適用場面を広げるといった各活動が、生徒の考える必然性を生み、一連の問題解決の流れができた。その中で、考え直したり表現し直したりする姿が生徒の言語活動から多く見いだせたことから、身に付けさせたい力の高まりが感じられた。

（授業者：大矢周平）

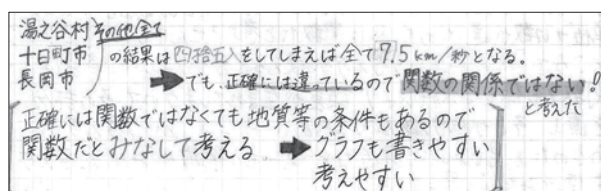


図3 生徒Aのワークシート

観測地	震度	初期微動継続時間(秒)	震源距離(km)
新潟県湯沢町	5強	7.62	57.1
新潟県長岡市	6弱	2.15	16.1
新潟県加茂市	5弱	6.88	51.6
新潟県十日町市	6弱	6.83	51.2
新潟県川西町	6弱	3.35	25.1
新潟県六日町	5強	4.84	36.3
新潟県湯之谷村	5弱	2.62	19.7
新潟県弥彦村	5弱	8.33	62.5

↓見やすくおしりもの。

観測地	震度	初期微動継続時間(秒)	震源距離(km)
新潟県長岡市	6弱	2.15	16.1
新潟県湯之谷村	5弱	2.62	19.7
新潟県川西町	6弱	3.35	25.1
新潟県六日町	5強	4.84	36.3
新潟県十日町市	6弱	6.83	51.2
新潟県加茂市	5弱	6.88	51.6
新潟県湯沢町	5強	7.62	57.1
新潟県弥彦村	5弱	8.33	62.5

→上は、初期微動継続時間の短い順にならべたもの。
その順に並べると、自然と震源距離も近い順に並んだ。

図4 生徒Bのワークシート

5 実践Ⅱ「図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだす事例」(第2学年)

(1) 身に付けさせたい数学的な思考力・表現力
図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察し表現する力

(2) 単元・教材について

本単元「三角形と四角形」では「図形の合同について理解し図形についての見方を深めるとともに、図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察し表現することができるようにする」ことを目標とする。

本単元の指導においては、図形の性質を論理的に考察することに重点を置きながら、説明し合う活動などを通じて、表現の質を高められるようにしていく。特に図形の証明では、根拠と

なりそうな図形の定義や定理を振り返ったり、結論が言えるためには何が言えればよいのかについて考えたりさせることで、証明について見通しをもてるようにする。また、実際に線分の長さや角の大きさを実測することによって図形の性質を見いだしたり証明した性質が成り立つことを確かめたりすること、及び証明の結果や過程を振り返って新たな性質を見いだすことも適宜扱い、論理的に思考し表現する能力を高めたい。

本教材は、命題「線分AB上に点Pをとり、AP、BPを一辺とする正三角形を同じ側につくって、その残りの頂点をQ、Rとすると、AR=QBが成り立つ」(図5)の証明である。図形を変えて考えることで発展的に扱う。具体的には「正三角形を他の三角形に変えてもAR=QBが成り立つか」、さらには「成り立つのはどの

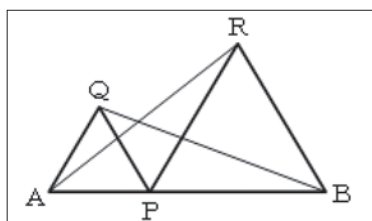


図5 命題の図の一例

ようなときか」に迫るものである。

本教材を用いた指導においては、条件に合う図をかかせて結論を見いださせたり、条件を変えて考えさせたりする。また適用範囲を考えさせる際、条件を変えてかいた複数の図と原題の証明の過程との関連に気付かせる。それにより、 $AR=QB$ が成り立つための条件に着目させ、証明を振り返る有用性や意義を実感させたい。

(3) 授業の概要

第1時では、線分AB上に任意の点Pをとり、AP、BPを一边とする正三角形を同じ側に作図し、正三角形の一边以外に等しい長さの線分ARとQBを見いださせた。また、 $AR=QB$ がどのような正三角形の場合でも成り立つことを証明した。

第2時では、 $AR=QB$ が別の場面でも成り立つのかを考えるために、正三角形以外の三角形の場合について各自で思考させた。その後、4

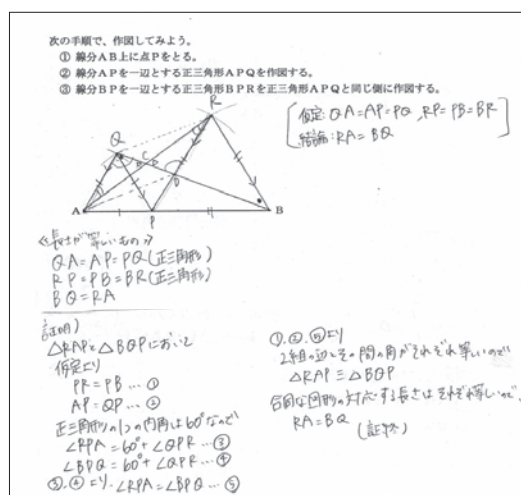


図6 第1時の証明の記述例

人程度のグループで、 $AR=QB$ が成り立つ場合と成り立たない場合があることを共有し、 $AR=QB$ が成り立つための条件について検討した。検討後に正三角形の際の証明を読む指示を行い、 $AR=QB$ が成り立つための条件を見いださせ、証明はことがらが成り立つことを示すだけで無く、性質を成り立たせる条件を示していることを全体で確認した。

(4) 「見通す・振り返る」学習活動の実際

本時では、次の「見通す・振り返る」学習活動を意図的に設けた。

- ①図形の性質を見いだす活動
- ②証明の構想や方針を立てる活動
- ③成り立った結論の適用範囲を振り返る活動
- ④証明の過程を振り返る活動

図形の性質を見いだす場面では、条件に合う図を作図させ、正三角形の一边となる線分以外に長さが等しい線分を見いだすように促した。各自で試行錯誤を行い、時間の経過とともに周囲の友人と相談しながら課題に取り組む姿が見られた。数名の生徒が $AR=QB$ の関係を見いだしたため、発表させ、全体で共有するとともに各自の図形で成り立つことを確認した。このことから $AR=QB$ がいつでも成り立つことを証明することとなった。

証明の構想や方針を立てる場面では、正三角形の定義から仮定を確認し、結論が $AR=QB$ であることから「長さが等しいことを示すためには何を根拠としたら良いか」と発問したところ、「合同な三角形を見付ける」という意見を出され、この方針をもとに証明を行うこととなった。しかし、方針は理解できているものの、ARとQRを含む合同な三角形を見いだすことができずに苦戦している生徒も見られた。そのような生徒には、ARを含む三角形を全て挙げさせるなどして、合同な三角形を見いだすための個別に声かけを行った。合同な三角形を見いだすことができた生徒は証明をスムーズに書くことができていた。その後、生徒1名を指名し、証明

を発表させて全体で共有した。

成り立った結論の適用範囲を振り返る場面では、「 $AR=QB$ は他の三角形でも成り立つのだろうか」と発問したところ、意欲的に様々な三角形の場合について考える姿を見ることができた。任意に数名を指名して発表させたところ、二等辺三角形や直角三角形で成り立たない事例が挙げられた。「成り立つことはありませんか」と発問したところ、生徒Cは、「 $AP=PQ$ 、 $BP=PR$ 、 $\angle APQ=\angle BPR$ となるようにすれば二等辺三角形でも $AR=QB$ が成り立つ」、生徒Dは「合同な図形を線対称になるように並べると成り立つ」と発表した（生徒Cの記述は図7）。

$AR=QB$ が成り立つ事例を確認したところで、第1時の正三角形における $AR=QB$ を示した証明を振り返って読むように促した。 $AR=QB$ が成り立つための条件を見いだすことができるように、生徒Cの二等辺三角形と生徒Dの直角二等辺三角形を比較して、共通することを観察させた。すると生徒たちはこの両方が全く同じ証明になることにもすぐ気づき、証明はことがらが成り立つことを示すだけで無く性質を成り立

たせる条件を示していることを全体で確認した。

年度末に実施した授業評価アンケートで、生徒Eなど複数の生徒が、一連の本実践を通して「これまでよりも証明への見方が変わった」「最も印象深かった」という旨を記述していた。既習の性質を基に新たな図形の性質を探究していく過程に「見通す・振り返る」学習活動を位置付けることにより、ねらいとした数学的な思考力・表現力を身に付けることができるとともに、生徒の証明観を変えていくことができたことはとても意義深いものと考えている。

（授業者：大内広之）

6 実践Ⅲ「2点から等角である点の集合をかく作業を振り返り、円周角の定理の逆を見いだす事例」（第3学年）

(1) 身に付けさせたい数学的な思考力・表現力
円の性質を具体的な場面で活用して考察する力

(2) 単元・教材について

本単元「円」は、学習指導要領の〔第3学年〕B(2)ア、イにあたり、円の性質を具体的な場面で活用するための礎となる。

指導においては、観察、操作、実験などの活動を通して、円の性質を生徒自身で見いだせ、具体的な場面で活用できるようにする。

本時の教材「シュートの入りやすさ」では、主人公の「コロコロくん」のサッカーのシュートの問題を取り上げ、15時間で扱う。

図8のP、Q、Rの地点のうち、最もシュートが入りやすいのはどこだろうか？

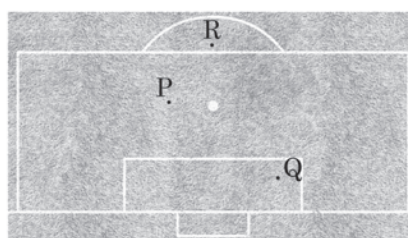


図8 P、Q、Rの各地点



図7 生徒Cの記述

左右のゴールポストを点A、Bとしたとき、 $\angle APB = \angle AQB = 30^\circ$ 、 $\angle ARB < 30^\circ$ になるように位置を設定した。点P、Qは2点A、Bから等角の位置である。生徒が分度器や三角定規で角の大きさを比較し、シュートの入りやすさを判定することを期待した。ここから円周角の定理の逆が成り立つことを見だし、「振り返る」学習活動や言語活動を通して、活用可能な知識として習得させたい。

(3) 授業の概要

サッカーの選手やコートの画像を見せて問題を提示した。生徒とのやりとりの中で現実的な条件を整理し、ゴールポストを見込む角で入りやすさを判定することになった。見た目で結果を予想させた後、生徒は実測で $\angle APB = \angle AQB = 30^\circ$ などを見いだしていった。その後、 30° になる点を、三角定規を点A、B間に合わせて探し、その点の集合が円になることを見いだしていった。

また作業を振り返り、どんなことが言えたのかを記述させ、短時間で回し読みをさせた。中には「同じ弧に対する円周角は等しい」と記述、発言する生徒も一定数いた。全体で数名発表させ、その良し悪しを検討していった。それにより、円周角の定理ではなく、その逆であることが共通理解されていった。

また、確認問題に取り組んだ後、改めて円周角の定理とその逆の相違点を自分なりの言葉で

記述させ、読み合うことで互いに考えや理解を深めていった。

(4) 「見通す・振り返る」学習活動の実例

本時では、次の「見通す・振り返る」学習活動を意図的に設けた。

①現実的な問題の解決方法を見通す活動

②2点から等角である点の集合に潜むきまりを見だし、記述する活動

③円周角の定理の逆の意味や価値を考えて記述する活動

現実的な問題の解決方法を見通す場面では、条件として「キーパーなし」で考えていくことを教師から提案し、「(シュートがゴールに) 必ず届くものとする」、「ゴールを見込む角の大きさで(入りやすさを) 判定する」などは生徒が決めていった(図9の左)。理想化・単純化することで現実性は失われていくが、新たな数学の性質を見いだすというねらいに向けて、数学化する過程を重視した。

2点から等角である点の集合に潜むきまりを見だし記述する場面では、三角定規やコンパスを用いて、点A、B、P、Qが同一円周上にあることを見いだしていった。ここで「つまりどういうことがわかったのか」と投げかけ、自分なりの言葉で記述させた。すると生徒Dが書いた図10の「同じ弧に対する円周角の角度は等しい」のように、円周角の定理を記述する生徒が4分の1程度いた。その後、近くで読み合い、

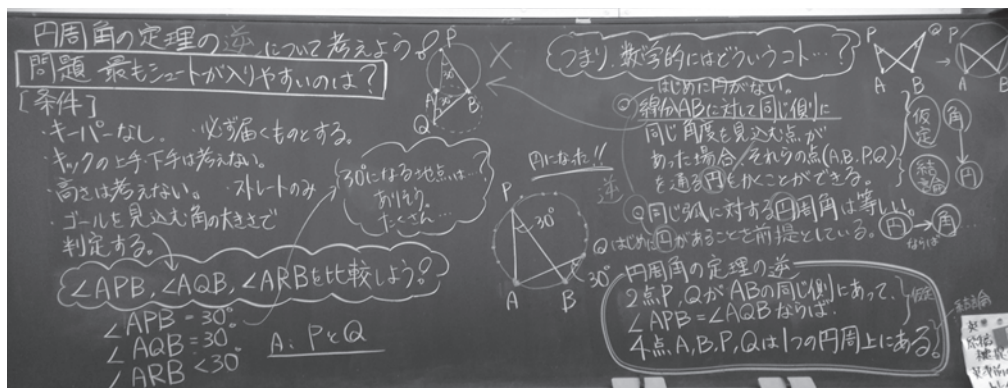


図9 第1時の板書

意見交換する時間を短く確保した。全体で発表を求めると、定理の逆についての発言があり、板書した。その後、図10のような定理についての記述の正誤を問い、仮定と結論が入れ替わっていることに気付かせた(図9の右)。

円周角の定理の逆の意味や価値を考えて記述する場面では、確認問題(選択式の問題1、記述式の問題2)に取り組み、円周角の定理やその逆を求答の根拠に用いた後、この定理とその逆の相違点を自分なりの言葉で記述するように指示した。すると、ほぼ全員が生徒Dのように「円がない」、「円ができて円周角が使える」などと、使える場面や使う意義などを記述できていた(図11)。その後、全体で3人指名して、記述内容を口述させ、板書した。

また、生徒Eは、最初は定理とその逆を区別して記述できなかったが(図12、13)、確認問題への取組(図14)とその指導を通して、評価問題(記述式の問題16)ではこれらを明確に区別して根拠として用いて記述できている(図15)。基礎的・基本的な知識を習得する数学的活動に、結果及び方法の振り返りとして言語活動や問題演習を位置付けた指導の有効性が示唆される。

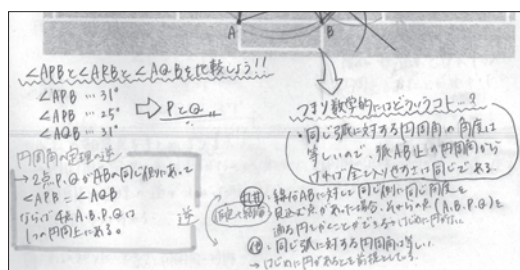


図10 生徒Dのワークシート①(表面)

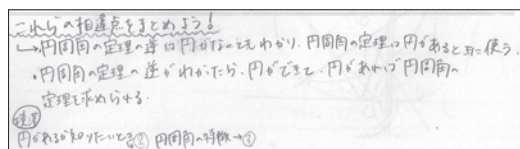


図11 生徒Dのワークシート①(裏面)

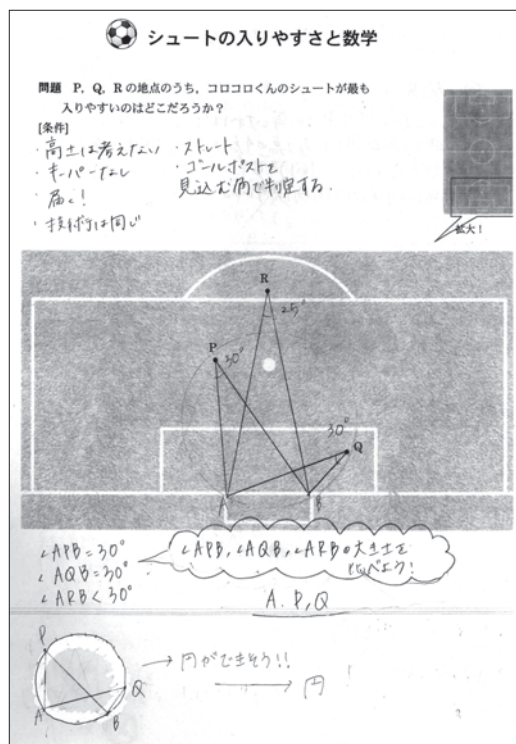


図12 生徒Eのワークシート①(表面)

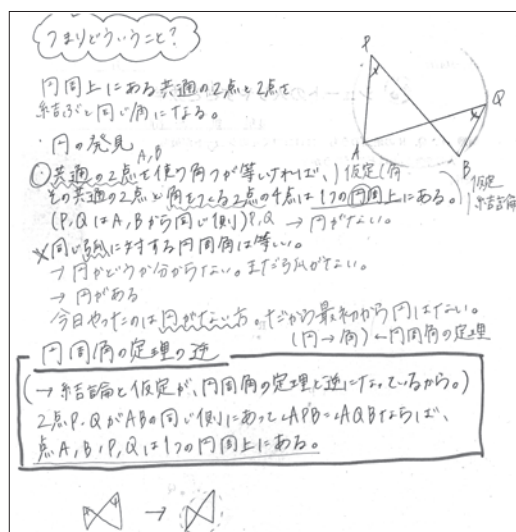
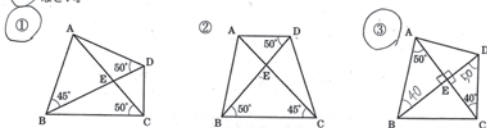


図13 生徒Eのワークシート①(裏面)

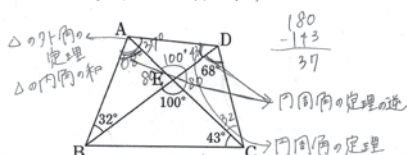
これまでの「円」の学習の“わかり具合”を確かめよう！

問題1 次の①～②の図で、4点A, B, C, Dが1つの円周上にあるものに○印をつけないさい。



問題 2

($\angle CAD$)を求めなさい。(根拠についても考えよう!)



$\angle AED = 180^\circ - \angle AEB = 100^\circ$
 $180^\circ - \angle AED = \angle AEB$ ので、 $180^\circ - 100^\circ = 80^\circ = \angle AEB = 80^\circ$
 $\angle AED = 100^\circ$ ので、 $\angle DEC = 80^\circ$
 $180^\circ - 68^\circ + 80^\circ = 192^\circ$ (円周角の定理より)
 $\angle AEB$ と $\angle DEC$ が同じ大きさなので、 A, B, C, D は円周上にあり、

＜相違点を自分たちの言葉でまとめよう＞

内周角の定理を使うときは、最初から円があると見て、
内周角の定理の逆を使うときは、円がふたつある！
内周角の定理の逆 → 円がふたつある

図14 生徒Eのワークシート②

7 研究の成果と課題

本研究の成果は、「見通す・振り返る」学習活動を一連の数学的活動に効果的に位置付けることによって、以下のように、学習意欲及び数学的な思考力・表現力の向上に資するという意義があることが明らかとなったことである。

- ・ **結果の振り返り**：生徒が思考・表現する内的動機付けを与える。
- ・ **方法の見通し**：生徒がどのように思考するか、表現するかを具体的に計画し、実行することができる。
- ・ **結果の振り返り**：思考・表現することの価値を自覚化させることができる。また、思考・表現して得られた成果と課題の境界線を気付かせ、さらに発展的な思考・表現への内的動機付けを与える。
- ・ **方法の振り返り**：数学を活用するための見方や考え方、表し方などを方法知として習得することができ、これらの方法を別の場面で活用して問題解決できるようになる。

なお、一連の数学的活動に効果的に位置付けるためには、以下の点に留意することが重要であることも分かった。

- ・教材研究を基に、生徒の多様な見通し、多様な振り返りを予想し、それぞれについて手立てを事前に検討しておく。
- ・生徒にとって必然性を伴う形で、見通しと振り返りを学習過程に位置付ける。
- ・生徒が絶えず行う見通しと振り返りの様子を評価し、次の指導へ生かしていく。
- ・見通しと振り返りを行う場面では、生徒の発想や着想を自分なりの言葉で表現させ、無理のない範囲で生徒同士で共有する。
- ・振り返りは、自分なりの認識・感想を言葉で表現させるだけではなく、確認問題等への取組の結果を自己評価させることも併せ

問 16 右の図で、 $\triangle ABC$ の辺 BC 、 AC 上にそれぞれ

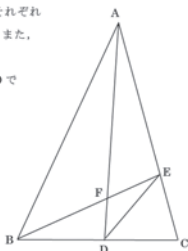
点 D, E をとり, DE を線分で結びます。また,

線分 AD と線分 BE の交点を F とします。

$\angle RAD = \angle RED$ のとき、 $\triangle AFE \cong \triangle BED$ で

あることを証明しなさい。

(リテラシーa: 6点)



問16

$\triangle AFE \cong \triangle BFD$ について、
 仮定より、 $\angle BAF = \angle FBD$ ①
 ①より、円周角の定理より、 $\angle A = \angle B$ 、 $\angle D = \angle E$ は
 同一円周上にあり、 $\angle A = \angle B$ ②
 ②より、円周角の定理より、 $\angle AFE = \angle BFD$ ③
 かつ真角なので、 $\angle AFE = \angle BFD$ ④
 ③④より、2組の角がそれぞれ等しいので、
 $\triangle AFE \cong \triangle BFD$

図15 生徒Eの評価問題（証明）への記述

(授業者：藤原大樹)

して検討する。

また、四つの「見通す・振り返る」学習活動の相互関係について、以下のことも分かった。

- ・結果の見通しと方法の見通し、結果の振り返りと方法の振り返りは、それぞれ互いに補い合う関係にある。
- ・結果の見通しと結果の振り返り、方法の見通しと方法の振り返りはそれぞれ互いに促進し合う関係にある。

今後の課題としては、数学的な思考力・表現力の育成に向けて、生徒が事前に行う見通しとしてどの程度の射程で想定して授業に臨むのか、明らかにした上で実践することが挙げられる。例えば、生徒が問題解決の結果や方法を見通すという行為には、図16の五つの相があると考えられる。

- ①試行錯誤や見た目です予想する。
- ②うまくいかなさそうな方法に気付く。
- ③うまくいきそうな方法が曖昧ながらも見えてくる。
- ④うまくいきそうな方法が明確に見えてくる。
- ⑤うまくいきそうな方法に一定の確証がもてる。

図16 見通しにおける五つの相（試案）

（池田敏和教授（横浜国立大学）からいただいた助言を基に作成。必ずしも①→⑤の順に進むとは限らない。）

数学的な思考力・表現力を育成する授業においては、上記の②と③を往還する場面が重要であると考えられる。このことを、実践を通して明らかにしていきたい。

【引用・参考文献】

- 池田敏和（2014）『数学的思考に基づく教材研究のストラテジー24』、明治図書。
- 片桐重男（1988）『数学的な考え方の具体化』及び『問題解決過程と発問分析』、明治図書。
- 国立教育政策研究所（2006）「特定の課題に関する調査（算数・数学）調査結果」。
- 国立教育政策研究所（2007）「平成19年度全国学力・学習状況調査解説資料中学校数学」、p.10。
- 国立教育政策研究所（2013a）「平成25年度全国学力・学習状況調査報告書 質問紙調査」。
- 国立教育政策研究所（2013b）「教育課程の編成に関する基礎的研究 報告書5 社会の変化に対応する資質や能力を育成する教育課程編成の基本原則」。
- 佐藤真（2010）『各教科等での「見通し・振り返り」学習活動の充実』、教育開発研究所。
- 佐藤真（2014）「各教科等での「見通し・振り返り」学習活動の充実」、文部科学省『初等教育資料4月号』、東洋館出版社、pp.6-9。
- 相馬一彦（1996）『「予想」を取り入れた数学授業の改善』、明治図書。
- 竹内芳男・澤田利夫（1984）『問題から問題へ』、東洋館出版社。
- 中央教育審議会（2008）「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について（答申）」。
- 根本博（2004）『数学教育の挑戦』、東洋館出版社。
- 根本博（2014）『数学教育と人間の教育「振り返る」活動を考える』、啓林館。
- 文部科学省（2008a）「中学校学習指導要領」
- 文部科学省（2008b）「中学校学習指導要領解説総則編」
- 文部科学省（2008c）「中学校学習指導要領解説数学編」
- 文部科学省（2014）『初等教育資料4月号』、東洋館出版社、pp.6-9。
- 文部科学省・国立教育政策研究所（2013）「平成25年度全国学力・学習状況調査報告書クロス集計」。
- 横浜国立大学教育人間科学部附属横浜中学校（2012）『思考力・判断力・表現力等を育成する指導と評価Ⅱ 言語活動の質を高める授業事例集』、学事出版、p.34。
- 横浜国立大学教育人間科学部附属横浜中学校（2015b）『思考力・判断力・表現力等を育成する指導と評価Ⅴ 「見通す・振り返る」学習活動を重視した授業事例集』、学事出版。
- G.ボリア（1954）『いかにして問題をとくか』、丸善出版。

【参考Webサイト】

- 文部科学省「学習指導要領データベース」
<https://www.nier.go.jp/guideline/>
 （平成27年4月20日最終検索）