

●優秀賞

「活用力」を育てる 課題学習の実践 ～紙を折って作図をしよう

大阪教育大学附属池田中学校

うえ はら しょう ぞう
上原昭三

〈概要〉

本校数学科では、活用力を高めるための課題学習を以下の視点を重視して工夫し、取り組んでいる。本稿は、昨年から実践している授業の報告である。

- ① 数学的な情報（数量や関係式など）を取り出しやすく、数学的な解釈（前提になる事柄と結論となる事柄およびそれを結び付けるために使える規則などの認識）が比較的容易である。
- ② 解決方法が多様で、直線的（一つの公式や覚えた手順に機械的にあてはめる）でない。
- ③ 解決に必要な先行経験（既習の数学的な知識・技能・考え方）が多岐にわたる。

1. 設定の理由

(1) 本校数学科の考える「活用力」

学習指導要領で語られる「習得型学習」と「探求型学習」をつなぐ「活用型学習」とは、いかなる学習か。気の利いた定義は浮かばないが、私たちはスポーツの練習にたとえて、次のように理解している。

仮に野球でいえば、「習得型学習」はキャッチボールやティーバッティング、フリーバッティング、シートノックなど繰り返し行う基本練習、一方「総合的な学習の時間」で行われる「探求型学習」は練習試合に代表される実践練習ということになる。とすると「活用型学習」はその

中間に位置する連係プレーやシートバッティングなど、実践でよく起こる局面を想定し、基本技術をその場で適切に、うまく発揮できるような応用練習ということになるのではないだろうか。

だとすると、教科で行う「活用型学習」は、問題解決場面が教科で培った学力を使うということに限定され、その問題解決にあわせて教科学力を取捨選択して取り出し、関連付けながら加工し、問題解決につなげる「力」（＝「活用力」）を養うことを目的としたものになると考えられる。つまり「活用力」とは、ひとことで言うと「教科に特化した問題解決能力」ということになるのではないか。そんな風に理解して、「活用型学習」を組み立て実践しているところである。

(2) 「活用力」を育てる課題学習

私たちは、「活用型学習」を効果的に行うために、以下のようなことに注意して課題を設定するようにしている。

- ① 数学的な情報（数量や関係式など）を取り出しやすく、数学的な解釈（前提になる事柄と結論となる事柄およびそれを結び付けるために使える規則などの認識）が比較的容易である。
- ② 解決方法が多様で、直線的（一つの公式や覚えた手順に機械的にあてはめる）でない。
- ③ 解決に必要な先行経験（既習の数学的な

①は、探求学習につながる問題発見力に関わるもので、単純な演習問題ではなく広がりのある(一見普段の数学とは離れた)課題をこれまで習った数学的な問題に変換する練習になるということ、②は説明するまでもないが、解決するためにいろいろな考え方を組み合わせたり関連させたり、よりよい考え方を追求できたりと、問題解決力を鍛える上での本質的な要素である。また、③は情報の選択・活用する力を活性化させられるということであり、「活用型」という意味では、外せない要素といえる。

この後紹介する実践課題は、上記①②③をもとに考えた課題を使ったものである。

2. 実践「紙を折って作図をしよう」

ここでは「折り紙による作図」を取り上げる。これは、紙を折るというだけの作業で、平方根を作る、正方形の一辺の三等分点を見つけるというものである。ほとんどの子どもが経験のある折り紙を扱うこと、意外性のあること、その証明が適度な難易度であることなどから、生徒の興味・関心を引きやすい題材だと考えられる。

ところで、この授業は、制限された規則(①折り目は直線となる。②ぴったり重なった線分の長さ、角の大きさは等しい)にもとづいて、図形の成立条件や既に学んだ(証明した)法則を活用して、与えられた課題(図形)を解決しようというものである。折り紙に限らずこういった、作図を題材とした学習は、図形の知識技能を定着させ、既習事項の活用能力(数学的な見方・考え方)を伸長するのに非常に効果的であると思う。一見、簡単そうに見え、直感的に方法が見えるが、その理由を整理して表現しようとする手こずる。つまり「学習した定義や定理などをいくつも記憶の中から取り出して整理して組み立てる」そんな作業が待っているわけである。まったく手も足も出ないわけでないが、考えないといけないし、少しだけ難しい「飽きない授業」になる

のではないかと期待している。

(1) 指導計画「三平方の定理の利用」(全6時間)

- ①平面図形への利用……………2時間
- ②空間図形への利用……………2時間
- ③単元別テスト……………1時間
- ④課題学習「紙を折って作図をしよう!」…1時間

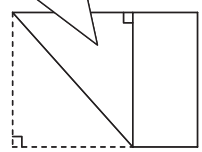
(2) 指導の展開(省略)

(3) それぞれの課題について

$\sqrt{2}$ をつくらう!

この課題は、どちらかといえば、この活動(折り紙を使った作図)のルール、やり方を確認するための導入的なものである。生徒は既に平方根の学習を済ませていることもあり、正方形(図1)をつくれればよいことはすぐ気付くと思われる。むしろここでは、正方形を作ったときの説明(正方形になっていることの根拠)を考えることが大切となる。図のように斜めに折って作る生徒がほとんどであるが、正方形の定義に照らし合わせて検証しようとするとき少し詰まる。長さだけでなく、縦・横の長さや隣り合う内角の大きさなど、2年生で学習したことを根拠に証明できないといけな

なぜ、正方形ができたのかな? 縦と横が同じだけでは正方形とは言えないよ!



(図1)

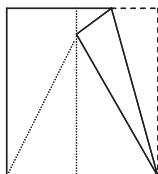
$\sqrt{3}$ をつくらう!

60° , 30° , 90° の直角三角形を作ればよいのであるが、 $\sqrt{3}$ と直角三角形の辺、この直角三角形と正三角形の関連、正三角形と二等辺三角形のつながりなどを整理してとらえ、それを作図(紙を折る操作)に結び付けなければならない。それには、少し考える時間が必要かと思う。この課題は、その意味で授業の本題へつなげるための「肩慣らし」のようなものになっている。たとえば、図2の方法の場合、

- ・「正三角形」→「3つの辺が等しい」「1つの内角が 60° 」
- ・「3つの辺が等しい」→「正三角形は二等辺三角形」
- ・「二等辺三角形」→「頂角の二等分線は底辺を垂直二等分する」

などの情報が必要であり、それを整理しておかなければ、折り方も証明も見つけられないはずである。

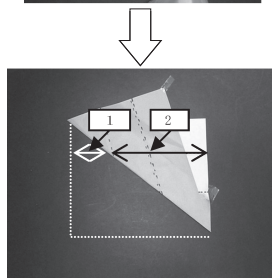
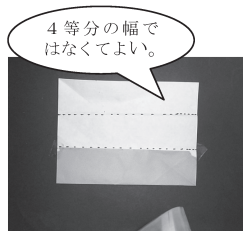
$\frac{1}{3}$ を作図しよう!



(図2)

【例① 下写真】

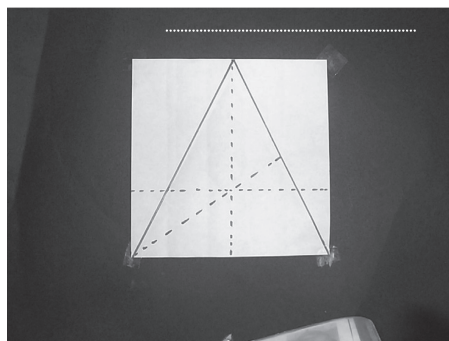
最もシンプルな方法であるが、生徒にとって、以外と見つけにくいのではないと思われる。決まった幅ではなく、適当に同じ幅に3回折るというのは、決まった量で、決まった定義・定理で…という通常の数学的な処理に慣れてしまった生徒にとって（特に「与えられた問題を解く」ということを中心とした練習・演習のみを学習ととらえていると）気が付かない「目からうろこ」的方法のようである。



【例② 右上写真】三角形の重心を利用

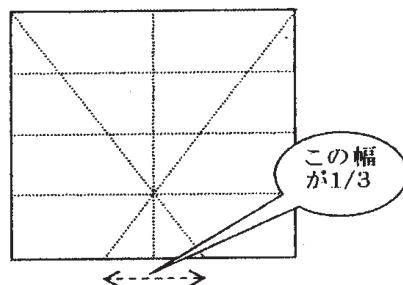
「三等分とはどうすること?」という問いに対して「2:1に分ける」という反応になるのであるが、「2:1」というキーワードから幾人かの

生徒は「重心」を連想するようだ。そこで、「重心が2本の中線の交点である」ことにたどり着くと、写真のような方法に気付くということになる。三角形の作り方、中線の引き方も1通りではないので、できるだけ簡明（手順が少ない）なものを追及させ、やり方を交流させるのも面白い。



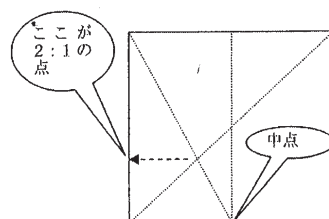
【例③ 下図】

下図は、言わば基本に忠実な方法といえる。3分の1から3:1を紙の上に素直に表現しようとする考え方である。もちろんほかの方法に比べ手間がかかる上、開いたときに無駄な線が（折り目）が多いので、最初にこの方法を発見した生徒には、ほかの方法にも挑戦させたい。



【例④ 右図】

おそらく、生徒が見つけた方法の中ではいちばん手間の少ない方法と思う。鮮



やかではあるが、先に折り目（線分）がイメージできないと難しいのではないだろうか。その分、

発見したときの達成感も大きいようである。

理論先行の方法であり、実際に折らずに発見する場合もあるので、紹介は最後にしたい。

【例⑤ 右図】

直角をはさむ2辺の比が1:3になる直角三角形の相似を利用したので、本年度(授業で)新たに生徒が見出した方法である。聞いてみる

と、自然な考え方でほかの生徒たちも感心していた。

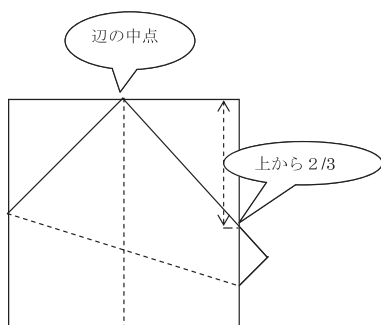
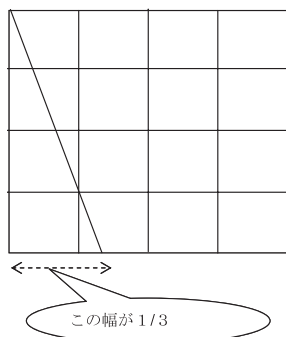
縦横の比と三角形の相似、紙の形状(縦・横の長さが同じ)をうまく活用したものであり、素朴でありながら思考の深さを感じさせる方法である。

【例⑥ 右図】

いわゆる「芳賀の定理」と呼ばれているものである。紙を半分に折り、辺の中点をもとめ、

図のように別の頂点を重ねるように折ると、二つの辺の交点が上から3分の2の位置になっているというわけである。折る回数が2回で非常に鮮やかな方法であるが、中学生では(見たことがない限り)なかなか見出せないのではないと思われる。証明は、直角三角形の相似・三平方の定理・2次方程式を使って図の矢印の幅を求めて行うことになり、これだけでも課題解決教材として面白いものである。

今回一人だけ、初見でこの方法を見つけた生徒がいた。ただ根拠を問われると困ってしまい、1時間悪戦苦闘したようである。結局、自力で証明を見出し、ほかの生徒たちに説明し賞賛さ



れて喜んでいる姿が印象的であった。

3. 生徒の感想

- *同じことをいうにも、やたらとたくさんの考え方があり、班内3人だけでも、「ああでもない」「こうでもない」と言いながらやっていたので、きっとクラス全体になると、とんでもない数になるのではないかと思います。今までの学習を生かせれば、一見「無理でしょ」というものも解決できて「スルット」できました。かなり爽快です。折り紙がぐたくたになって、ついには破れましたが、それだけ頑張ったんだと思います。
- *正方形の30度を作るために、今まで学んできた知識を使って作るということがわかりました。30度を作るやり方がいろいろあったので、とても面白かった。
- *重心を用いたらすぐできて、うれしかった。普通に折るだけでは、絶対できなくて苦戦した。
- *前の授業で習ったばかりの重心の定理をこの授業で生かして、より頭に残ってよかったと思う。
- *きちんと証明されなければいけなかったのが大変でした。分かったときは、達成感があったのでよかったです。中点連結定理を使うのがミソかなと思いました。
- *私たちは、重心を使って証明していったのですが、他班の発表を聞くととても多様な考え方があることが分りました。
- *今まで習ったことを、いろいろ工夫して使っていて、組み合わせ一つのことを求めるのが面白かった。一つのことを求めるにも何通りもあるらしくて、自分たちと違うやり方も見れてよかった。
- *思ったよりも難しかった。しかし、重心を使うことによってより簡単に解くことができた。折り紙で作るのは楽しいし、その図形ができたときの喜び、達成感はとてもいいものだった。
- *今まで問題を解いてばかりだったので、頭だけで理解していたけれど、今回の授業を通して体でも感じたので、頭と体両方で理解することができた。

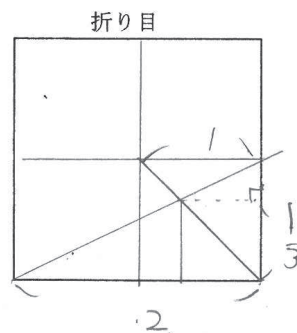
- *垂直二等分線とか線対称とか理由を付けていくと、結構深くて面白いと思う。いつもこんな風に折り紙だったら楽しいのと思った。
- *人間の脳というのは改めてすごいなと感じた。次々と新しい発想が(みんなから)出るので感心するばかりだった。
- *結構難しかった。重心を使うことは分かっているけど、どこを使えばいいか分かりづらかった。〇〇くんの考え(例⑤)はとても変わっていて、なるほどと思った。図形って奥が深いなあ。
- *重心を使うことは思い浮かばなかったけれど、友達の発言によって、相似の利用を使うことを発見した。
- *折り紙という実物を使って考えることによって分かりやすいし、発想ももっと幅広くできると思いました。授業で普通に黒板を使って重心の説明をするだけでなく、実際にその習ったことを使ってほかの問題に取り組むことができてよかったです。楽しめた気がします。

4. 実践を終えて

(1) 課題について

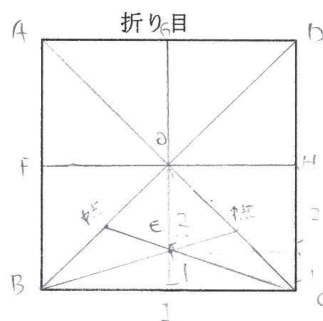
この課題(特に「3分の1を作図しよう!」)は、これまでも何度か授業で生徒に提示してきたものであるが、行うたびに新しい発見があり面白く感じている。当初は、平行線と線分の比を活用して求める方法(例④)を想定していたのであるが、重心を使う方法(例②)、適等に平行線を3本引く方法(例①)を生徒たちが取り組みを進める中で発見していき、授業が豊かになってきたといえる。また今回「縦と横の比が3:1になる三角形の相似」を使う方法(例⑤)が発見され「うれしい驚き」を覚えることができた。もちろん、ここで記述した方法は、考え方を整理して六つに分類したに過ぎず(生徒個々の図や形、線の引き方等)、多少回りくどいものは、すっきりした図に集約している。その意味では、この課題の解決方法はいくらかでも(無数にとまではいえないものの)考えることができ、課題解決に向けて情報を選択活用するための学習には

適したものと考えている。



(2) 小集団学習の工夫について

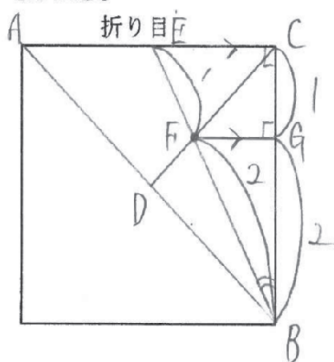
また、課題の取り組みに際して、よく小集団を利用することが多いと思われる。そのときの小集団の編成は、習熟度や得手の状況に近いメンバーで組むのも面白い。この実践でも、評価(単元別テストなど)の結果を基に深化(ゆっくり取り組むコース)と発展(いろいろな方法を追及するコース)を選択させ、4人グループで共同解決の場面を設定した。発想が近いもの同士ということもあったのか、話し合いは活発に行われ、それぞれが遠慮せず自分の論理を披露する様子が伺えた。また、課題の解決状況も、以前同じ課題学習を提示(以前の生徒)したときに比べても早く、いろいろな方法が発見(課題「3分の1を作図しよう!」)されていたようである。特に、深化コースの生徒たちの取り組みが積極的であり、発展コースのグループ以上の速さで課題を解決するグループも多々見られた。とりわけ、発展コースのどのグループも発見できなかった「重心」を利用した方法が、深化コースのグループから見出されたことが印象的であった。



折り紙で作図しよう (発展編)

課題② 1辺の長さを1として、 $\frac{1}{3}$ を作図しよう。

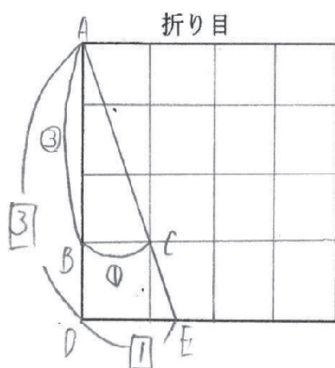
【方法①】



<理由>

$\triangle ABC$ において、
 B から AC の中点 E に直線 BE をひく
 C から AB の中点 D に直線 CD をひくと、
 BE と CD の交点 F は重心になる。
 よって、 $EF = BF = 2:1$
 F から AC と平行な線をひき、 BC との交点を
 G とする。よって、 $CG = BG = 1:2$
 CG は1辺の $\frac{1}{3}$ となる。

【方法②】



<理由>

$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ において、
 正方形の辺は等しいので、 $AB = BC = 3$
 $\angle A$ は共通 $\angle ABC = \angle ADE$ より $\triangle ABC \sim \triangle ADE$
 よって、 $AD = DE = 3:1$
 よって DE は1辺の $\frac{1}{3}$ となる。